3. Комплекс айнымалыға байланысты функцияның туындысы. Коши-Риман шарты.

Комплексті айнымалының функциясының дифференциялдануы.

Коши-Риманың шарты. Мейлі функция $\omega = f(z)$ Кейбір облыста бары анықталған.D комплексті айнымалымен Z нүктелер және d облыстары жатады $\Delta\omega = f(z+\Delta z) - f(z)$. $\Delta z = \Delta x + i\Delta y$

4-анықтау. Функция $\omega = f(z)$ дифференциялданатын нүктеге $z \in D$,егер қатынас $\frac{\Delta\omega}{\Delta z}$ жанында түпкі шегі Δz, болады

Кез келген ұмтылатын нөлге.

Бұл шек туынды функция деп аталады $f(z)$ немесе $\left(или \quad \omega' \; или \quad \frac{d\omega}{dz} \right)$.

Анықтау бойынша :

$$f'(z) = \lim_{\Delta z \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta z} = \lim_{\Delta z \to 0} \frac{f(z+\Delta z) - f(z)}{\Delta z}.$$

5-анықтау. Функция $f(z)$ дифференцинын үздіксіз туындыны облыс бұл болатын облыстарды әрбір нүктеде $f(z)$ аналитикалық облыста D.

Сонымен қатар, $f(z)$ аналитикалық нүкте $z_0 \in D$ егер $f(z)$ аналитикалық нүктенің кейбір облыстарында z_0 болып табылады.

Туындының үзіліссіздігінің шарты $f'(z)$, кіретін аналитикалық функция

$f(z) = u(x,y) + i\, v(x,y)$,көп алмастыра алады әлсіз шартпен әрбір нүктедегі дифференциялдануы $(x;y) \in D$ функциялары $u(x,y)$ и $v(x,y)$. Аналитикалық функциялар қолдану әртүрлі процестердің сипаттамасында табады функция үшін $f(z) = u(x,y) + i\, v(x,y)$ аналитикалық болды.Функ-ң туындылардың үздіксіз бөліндірері. $u(x,y)$ және $v(x,y)$ жеткілікті Коши-Риманың шартары:

$$\frac{\partial u(x,y)}{\partial x}=\frac{\partial v(x,y)}{\partial y};\qquad \frac{\partial u(x,y)}{\partial y}=-\frac{\partial v(x,y)}{\partial x}$$ немесе полярлық координаталардағы

$$\frac{\partial \mathrm{u}}{\partial \rho}=\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial \varphi};\qquad \frac{\partial \mathrm{v}}{\partial \rho}=-\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial \mathrm{u}}{\partial \varphi},\quad |\mathrm{z}|=\rho\,.$$

Коши-Риманың шарттарын орындаудың туындының функциясы $f(z)$ сәйкесінше

$$f'(z)=\frac{\partial u}{\partial x}+\mathrm{i}\,\frac{\partial v}{\partial x}=\frac{\partial v}{\partial y}-\mathrm{i}\,\frac{\partial u}{\partial y}\,.$$

немесе

$$f'(z)=\frac{\rho}{\mathrm{z}}\cdot\left(\frac{\partial u}{\partial \rho}+i\cdot\frac{\partial v}{\partial \rho}\right)=\frac{1}{\mathrm{z}}\cdot\left(\frac{\partial v}{\partial \varphi}-i\cdot\frac{\partial u}{\partial \varphi}\right).$$

Функцияның дифференциялдануының ұқсас тиісті формулалары комплексті айнымалының функ-ң диф-ң формулалары нақты айнымалы қалпына келтіру мүмкін Коши-Риманың шарттарымен пайдалана отырып аналитикалық функ-сы $\omega=\mathrm{f}\,(\mathrm{z})$ егер оның нақты бөлігі белгілі болса $u=u(x;y)$ немесе жорамал бөлігі $v=v(x;y)$, немесе бұдан басқа мән берілген $f(z_0),\ z_0\in D$.

6-анықтау. Функция $\varphi(x,y)$ гармониялық деп аталады д-ның төңірегінде.

Егер ол екінші ретке дейін туындылары үздіксіз бөлінділер облыс қоса бұл Лапластыңтеңдеуінде көрсетілген

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}=0$$

Егер функция $f(z)=u_1(x,y)+i\ v_1(x,y)$ аналитикалығы кейбір облыста Д нақты бөлік $u_1(x,y)$ жорамал бөлік $v_1(x,y)$ болып табылады . Егер $u_1(x,y)$ және $v_1(x,y)$ кез келгені екі гармониялық функциялар.Бірде функциялар $f(z)=u_1(x,y)+i\ v_1(x,y)$ аналитикалық функция болуы міндетті емес.Сол үшін $f_1(z)$ функциялау үшін u_1 және v_1 Каши Риманың шарттарына қосымша қанағаттандырды.